

УДК 378.147.88 : 004.94

**Кайдан Н.В., Кракова А.І., Жадан С.С., Смоляр А.Ю.**

<sup>1</sup> кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри МММ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»

e-mail: kaydannv@gmail.com, ORCID 0000-0002-4184-8230

<sup>2</sup> студентка 1 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»

ORCID 0000-0002-9556-8023

<sup>3</sup> студент 1 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»

ORCID 0000-0002-0683-2196

<sup>4</sup> студент 1 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»

ORCID 0000-0003-0731-3803

## **ЗАСТОСУВАННЯ ХМАРНИХ СЕРВІСІВ MATH PARTNER ТА GRAPH ONLINE ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ З ТЕОРІЇ ГРАФІВ**

У статті обговорюються можливості використання хмарних сервісів Math Partner та Graph Online при розв'язуванні завдань з теорії графів. Представлені основні функції сервісу Math Partner для розв'язування завдань з теорії графів та можливості сервісу Graph Online для візуалізації завдань та їх розв'язків. Наведено опис розв'язання задачі про знаходження найкоротших відстаней між вершинами графа за допомогою алгоритму Дейкстри та доцільність використання розглянутих сервісів.

**Ключові слова:** *комп'ютерна математика, Math Partner, Graph Online, математична освіта, теорія графів, хмарна математика.*

### **Вступ**

Постійний розвиток сучасного суспільства у розрізі глобальної інформатизації вимагає пошуку шляхів для випереджаючої розробки нових інноваційних технологій. Зокрема, теорія графів широко застосовується для проектування каналів зв'язку і дослідження процесів передачі інформації, побудови контактних схем і дослідження скінченних автоматів, мережевого планування й управління, дослідження математичних операцій, вибору оптимальних потоків в мережах, моделювання нервової системи живих організмів тощо.

Крім того, теорія графів набула широкого застосування під час досліджень проблеми оптимізації, яка виникає при потребі модифікації великої технічної або програмної системи для поліпшення її роботи з метою збільшення ефективності. Існує досить велика кількість типових задач оптимізації на графах, з яких можна виділити основні: задача знаходження найкоротшого шляху в графі; задача знаходження критичного шляху в мережевому графі; задача знаходження максимального потоку в графі. Для кожної з перерахованих задач дається у відповідність математична постановка задачі в формі

булевого або цілочисельного програмування. Також існують спеціальні алгоритми їх вирішення, які враховують специфічні особливості постановки цих завдань.

Майбутні вчителі математики та інформатики з теорією графів зустрічаються у курсі дискретної математики на 1 курсі навчання, коли вони знайомляться з основними поняттями цього розділу та базовими алгоритмами, внаслідок чого у них формується уявлення про методи вирішення різних завдань на основі графів.

Для збільшення ефективності навчання доцільно використовувати будь-які засоби, що дозволяють автоматизувати виконання чисельних, графічних та аналітичних розрахунків, візуалізувати як саму задачу, так і окремі етапи розв'язку. Для цього доцільно використовувати системи комп'ютерної математики (СКМ). [6] Використання у навчанні програмного забезпечення спеціального призначення, до якого належать системи комп'ютерної математики, є надзвичайно важливим, оскільки його вивчення та використання сприяє розширенню та поглибленню знань студентів як з інформатики, так і з математичних дисциплін, оволодіння студентами вміннями розв'язувати задачі різноманітного характеру та формуванню навичок застосування сучасних математичних пакетів у процесі вивчення фізико-математичних дисциплін і в майбутній професійній діяльності.

Проблема застосування в навчальному процесі комп'ютерних технологій та інформаційного методичного забезпечення ретельно досліджується вітчизняними й закордонними науковцями та методистами. Зокрема, питання впровадження комп'ютерних освітніх технологій та засобів комп'ютерної математики розглядали у своїх роботах М. Жалдак, М. Львов, С. Раков, Ю. Рамський, С. Семеріков, Ю. Триус та інші дослідники. [2], [4], [5], [7]

На думку М. Жалдака [1], програмні засоби доцільно умовно поділити на дві великі групи: програмне забезпечення навчально-дослідницького призначення (педагогічні програмні засоби, розраховані на осіб, які почали вивчати курс математики) та програмне забезпечення науково-дослідницького призначення (розраховані на користувачів більш високої кваліфікації).

Науково-дослідницьке програмне забезпечення за призначенням, структурою та функціями науковці умовно поділяють на кілька груп, а саме: математичні пакети вузької спеціалізації (GAP, Macaulay, Singular та ін.), програмні засоби візуалізації математичних даних (GnuPlot, JMol, LaTeX, Graph Online), системи геометричного моделювання (Autodesk 3ds Max, ANSYS та ін.), системи комп'ютерної математики (Derive, Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD, Maxima, Sage, Math Partner та ін.)

## Основна частина

В останнє десятиліття інформаційні технології зазнають серйозних змін, швидкими темпами розвиваються хмарні технології. Це призводить до появи нового покоління систем комп'ютерної математики, а саме до математичних сервісів широкого призначення.

Одним з таких безкоштовних сервісів є система комп'ютерної математики Math Partner, яка доступна за адресою <http://mathpar.com>. Цей сервіс дозволяє створювати свій власний хмарний математичний «Зошит», у якому користувач виконує необхідні математичні розрахунки. Для забезпечення якісної та комфортної роботи цей сервіс надає доступ до великого обсягу довідникового матеріалу з прикладами. Мовою цього сервісу є мова Mathpar, в основі якої лежить широко використовувана математиками та фізиками мова TeX, яка зазвичай використовується для набору математичних текстів. Є можливість зберегти як постановку задачі, так і її розв'язок. При цьому можна зберігати й текстовий вигляд, і зображення. [3]

Зокрема, цей сервіс дозволяє ефективно розв'язувати такі поширені задачі як знаходження найменших відстаней між усіма вершинами графу та знаходження найкоротшого шляху між вершинами. Для першої задачі використовується команда  $\backslash\text{searchLeastDistances}(A)$ , а в результаті буде отримана матриця найкоротших відстаней між вершинами. Для другої задачі використовується команда  $\backslash\text{findTheShortestPath}(A, i, j)$ , в результаті буде знайдено найкоротший шлях між вершинами  $i$  та  $j$ .

Слід зауважити що цей сервіс зручно використовувати для перевірки власних розв'язків, оскільки він надає саму відповідь, без доступу до проміжних результатів обчислень.

Ще одним з відносно нових сервісів є Graph Online, який доступний за адресою <http://graphonline.ru>. Це безкоштовний сервіс, призначений для візуалізації графу і пошуку найкоротшого шляху на графі, пошуку Ейлерового циклу. Створення графу виконується по матриці суміжності або матриці інцидентності. Крім пошуку найкоротшого шляху можна здійснити пошук компоненти зв'язності. Сервіс підтримує роботу з орієнтованими графами (орграф) та неорієнтованими. Результат роботи, тобто побудований граф, можна зберегти та продовжити роботу з ним пізніше.

Крім того, сервіс Graph Online надає користувачу безліч допоміжних функцій для полегшення роботи, а саме можливість збереження та завантаження графа з підтримкою збереження візуального представлення, швидке перетворення між усіма підтримуваними типами, визначення вигляду вершин, дуг, фону, режим конструктора тощо.

Розглянемо на прикладі застосування представлених сервісів при розв'язуванні задачі знаходження найкоротших відстаней між вершинами графа, які часто зустрічаються на практиці. Зрозуміло, що для можливості знайти найкоротші відстані повинен існувати хоча б один шлях з вершини 0 до кожної іншої вершини, тобто граф повинен бути зв'язним. Для цієї задачі найбільш відомим алгоритмом розв'язку є алгоритм Дейкстри. Ідея цього алгоритму полягає в тому, що спочатку кожній вершині, відмінній від вершини 0, виставляємо відстань, що дорівнює  $+\infty$ , а далі покроково ці відстані зменшуємо, поки не знайдемо мінімальну відстань  $d(v)$  та найкоротший шлях  $p(v)$  для кожної вершини  $v$ .

*Умова:* Нехай у зваженому графі  $G = (V, E)$ , множина вершин  $V = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , а множина ребер  $E$  задана матрицею ваг:

$$E = \begin{pmatrix} - & 8 & 7 & - & 10 & 12 \\ 8 & - & 5 & 1 & 4 & - \\ 7 & 5 & - & 3 & - & 4 \\ - & 1 & 3 & - & 2 & 1 \\ 10 & 4 & - & 2 & - & 3 \\ 12 & - & 4 & 1 & 3 & - \end{pmatrix}$$

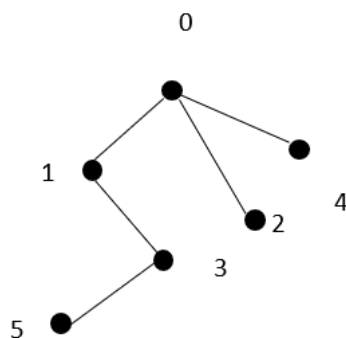
За допомогою алгоритма Дейкстри побудувати остове дерево найкоротших шляхів із вершини 0 до всіх інших вершин графа  $G$  та знайти найкоротші відстані.

*Розв'язання:* Хід виконання алгоритму Дейкстри відобразимо у таблиці:

1	2	3	4	5
<b>8</b>	<b>7</b>	10	<b>10</b>	12
		<b>9</b>		11
				<b>10</b>
0; 1	0; 2	0; 2; 3 0; 1; 3	0; 4	0; 5 0; 2; 5 0; 1; 3; 5

**Табл. 1:** Хід виконання алгоритму Дейкстри

При виконанні алгоритму Дейкстри поточними були вершини у такому порядку: 2, 1, 3, 4, 5. Таким чином, найкоротша відстань до вершини 1 дорівнює 8,  $d(2) = 7$ ,  $d(3) = 9$ ,  $d(4) = 10$ ,  $d(5) = 10$ . Найкоротшим до вершини 1 є шлях 0, 1;  $p(2) = 0, 2$ ;  $p(3) = 0, 1, 3$ ;  $p(4) = 0, 4$ ;  $p(5) = 0, 1, 3, 5$ . На рисунку зобразимо ці найкоротші шляхи у вигляді дерева.



**Рис. 1:** Остове дерево найкоротших шляхів із вершини 0 до всіх інших вершин графа  $G$

Використовуючи сервіс Math Partner у нас є можливість перевірити правильність отриманих результатів:

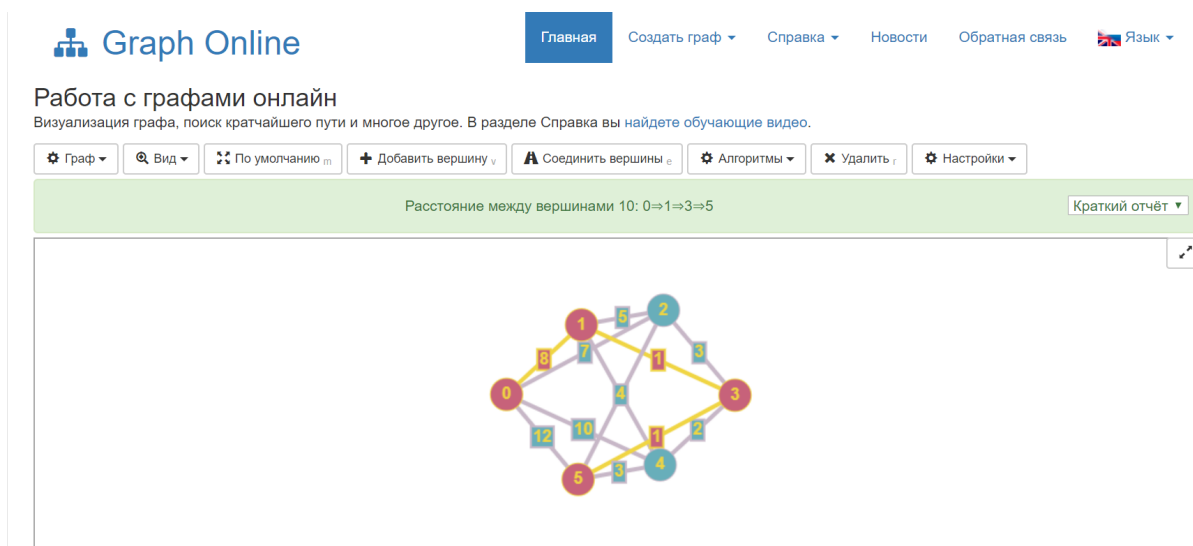
The screenshot shows the Math Partner interface with a sidebar on the left containing various mathematical tools like 'Space R64MinPlus[x,y]', 'Символи', 'Числа і поліноми', 'Матриці', 'Функції', 'Графіки, таблиці', and 'Файли'. The main area displays the following code and output:

```

SPACE = R64MinPlus[x, y]; TIMEOUT = 16;
A = (
  ( ∞ 8.00 7.00 ∞ 10.00 12.00 )
  ( 8.00 ∞ 5.00 1.00 4.00 ∞ )
  ( 7.00 5.00 ∞ 3.00 ∞ 4.00 )
  ( ∞ 1.00 3.00 ∞ 2.00 1.00 )
  ( 10.00 4.00 ∞ 2.00 ∞ 3.00 )
  ( 12.00 ∞ 4.00 1.00 3.00 ∞ )
);
X = findTheShortestPath(A, 0, 1); print(X);
Y = findTheShortestPath(A, 0, 2); print(Y);
Z = findTheShortestPath(A, 0, 3); print(Z);
V = findTheShortestPath(A, 0, 4); print(V);
W = findTheShortestPath(A, 0, 5); print(W);
out :
X = ( 0 1 )
Y = ( 0 2 )
Z = ( 0 1 3 )
V = ( 0 4 )
W = [[0, 1, 3, 5]]
    
```

**Рис. 2:** Найкоротші відстані із вершини 0 до всіх інших вершин графа  $G$  у сервісі Math Partner

Але візуалізацію графу краще виконує Graph Online:



**Рис. 3:** Візуалізація графа  $G$  та найкоротша відстань із вершини 0 до вершини 5 графа  $G$  у сервісі Graph Online

## Висновки

Теорія графів стала дуже популярною серед учителів. Це пов'язано з тим, що за допомогою даної теорії можна досить просто вирішувати велике коло найрізноманітніших математичних завдань. Мовою теорії графів умови завдань набувають наочності, що спрощує їх аналіз. Самі розв'язки, як правило, є простими й не містять громіздких обчислень.

Використання систем комп'ютерної математики як компонентів комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання майбутніх вчителів математики та інформатики дає змогу ефективно будувати та досліджувати математичні моделі, проводити навчальні дослідження. Використання хмарних засобів є перспективним напрямом розвитку СКМ, коли виникає більше можливостей адаптації середовища навчання до рівня навчальних досягнень студентів, їх індивідуальних потреб та мети. Звернення до програмного забезпечення, яке вже знаходиться на віртуальному робочому місці студента, не потребує витрачання навчального часу на інсталяцію й оновлення, створює умови для більш диференційованого підходу до організації навчання, дає можливість зосередитися на вивченні основного матеріалу.

Відкритий математичний сервіс Math Partner представляє нове покоління систем символічно-чисельних розрахунків. Він дозволяє користувачу виконувати необхідні математичні розрахунки. Для забезпечення якісної та комфортної роботи, цей сервіс надає доступ до великого обсягу довідникового матеріалу з прикладами, але візуалізація задач з теорії графів відсутня, на відміну від Graph Online, який саме спеціалізується на таких задачах. Обидва ресурси достатньо нові та постійно оновлюються й вдосконалюються.

## Література

1. Жалдак М.І., Горошко Ю., Вінниченко Є. Математика з комп'ютером: посібник для вчителів. 2009. 2-ге вид. 282 с.
2. Корольський В., Крамаренко Т., Семеріков С., Шокалюк С. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навчально-методичний посібник. 2009. 332 с.
3. Кайдан Н., Тураненко Х. Використання систем комп'ютерної математики при розв'язанні завдань теорії графів. Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. 2017. Вип. 7. С. 129-135.
4. Львов М. Концепція програмної системи підтримки математичної діяльності. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб. наук. пр. 2003. Вип. 7. С. 36–48.
5. Раков С. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02. 2005. 516 с.
6. Рамський Ю., Рамська К. Місце і роль математичної освіти в інформаційному суспільстві. Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. 2008. Вип. 6(18). С. 53-59.
7. Триус Ю. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: моногр. 2005. 400 с.

---

**Kaidan Nataliia V., Krakova Anastasiia I., Zhadan Serhii S., Smoliar Andrii Y.**

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

### **Application of Math Partner and Graph Online cloud services in solving graph theory problems**

The article discusses the possibilities of using cloud services Math Partner and Graph Online in solving problems in graph theory. The main functions of the Math Partner service for solving problems in graph theory and the possibilities of the Graph Online service for visualization of problems and their solutions are presented. The description of the solution of the problem by finding the shortest distances between the vertices of the graph using the Dijkstra algorithm and the expediency of using the considered services are given.

**Keywords:** *computer mathematics, Math Partner, Graph Online, mathematical education, graph theory, cloudy mathematics.*