

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Донбаський державний педагогічний університет»

Кафедра геометрії та методики викладання математики  
(повна назва кафедри)

## НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Елементарна геометрія

(назва навчальної дисципліни)

підготовки здобувачів ступеня вищої освіти  
бакалавра

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності 014 Середня освіта (математика)

(шифр і назва спеціальності)

спеціалізації інформатика

(назва спеціалізації)

## РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО КАФЕДРОЮ:

геометрії та методики викладання математики

(повна назва кафедри)

УКЛАДАЧІ ПРОГРАМИ: КАДУБОВСЬКИЙ О.А. – кан. фіз.-мат. н., доцент,  
доцент кафедри геометрії та методики викладання  
математики  
фізико-математичного факультету ДДПУ

РЕЦЕНЗЕНТИ: Турка Т.В. – кандидат фіз.-мат. наук, доцент,  
завідувач кафедри алгебри  
фізико-математичного факультету ДДПУ

СІЛІН Є.С. – кандидат фіз.-мат. наук,  
начальник відділу кадрів ДДПУ,  
доцент кафедри математики  
фізико-математичного факультету ДДПУ

Рекомендовано до впровадження  
науково-методичною радою  
Державного вищого навчального закладу  
«Донбаський державний педагогічний університет»

« 17 » лютого 20 16 р.

протокол № 12

Перший проректор \_\_\_\_\_ Набока О.Г.

## ВСТУП

Навчальна програма вибіркової (за вибором ВНЗ) дисципліни «Елементарна геометрія» складена відповідно до освітньої програми та навчального плану підготовки здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра за спеціальністю 014 Середня освіта (математика).

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є з одного боку – фігури, що визначаються:

- скінченим числом найпростіших фігур,
- певною властивістю, яка формулюється у вихідних поняттях,
- побудовою (готовим кресленням);

з іншого боку – властивості фігур, інваріантних відносно геометричних перетворень (рухів та подібностей площини і простору) та їх застосування до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

### **Міждисциплінарні зв'язки:**

для опанування матеріалів даної дисципліни необхідне вивчення дисциплін: «Шкільний курс геометрії», «Аналітична геометрія» (Векторна алгебра, метод координат на площині та в просторі). В свою чергу, дана дисципліна повинна забезпечити ґрунтовну основу для вивчення курсів «Проективна геометрія», «Основ геометрії» та методики і дидактики навчання загального курсу геометрії (частковій методиці).

### **Програма навчальної дисципліни містить такі змістові модулі:**

1. Основи конструктивної геометрії.
2. Елементи геометрії кіл.
3. Рухи площини і простору.
4. Подібності площини і простору.

## **1. Мета і завдання навчальної дисципліни**

- 1.1. **Метою** вивчення навчальної дисципліни «Елементарна геометрія» є:
  - підвищення професійного рівня в сенсі освітньої підготовки майбутніх фахівців з математики та викладачів математики тощо;
  - забезпечення здобувачів відповідним понятійним та математичним апаратом, необхідним для значно глибшого і чіткішого розуміння багатьох геометричних фактів, співвідношень і побудов;
  - формування знань, вмінь і навичок, необхідних для розв'язування геометричних задач різного рівня складності методами елементарної геометрії;
  - забезпечення набуття здобувачами знань на основі розуміння геометрії, як теорії інваріантів (певної) групи перетворень та навичок застосування одержаних знань для розв'язування теоретичних та практичних задач;
  - ознайомлення студентів з конкретними результатами класичного курсу елементарної геометрії, які мають широкий діапазон застосувань при розв'язуванні геометричних задач, зокрема на побудову;
  - формування професійно-компетентного викладача математики, спроможного працювати у галузево-різних ВНЗ та різними програмами в ЗОШ.

1.2. Основними *завданнями* вивчення дисципліни «Елементарна геометрія» є:

- закріпити й розвинути (поглибити й розширити) знання, уміння і навички, отримані при засвоєнні курсу шкільного курсу геометрії;
- сприяти розвитку в майбутнього вчителя математики просторового мислення у взаємозв'язку з аналітичними методами, груповою і структурною точками зору на геометрію;
- розкрити місце і значення знань з елементарної геометрії в загальній і професійній освіті людини;
- викласти (систематично й, в певному сенсі, повно) науково-теоретичні положення зазначених змістових розділів даного курсу;
- навчити студентів розв'язувати типові задачі «конструктивної геометрії», на метод ГМТ та на метод «геометричних перетворень»;
- показати практичну значущість методів елементарної геометрії, їх застосовність до розв'язання найрізноманітніших геометричних задач;
- забезпечити ґрунтовне вивчення (засвоєння) здобувачами тих понять, ідей і методів елементарної геометрії, які можуть бути використані ними під час викладання шкільного курсу геометрії та проведення позакласних занять з математики;
- розширити та поглибити знання здобувачів про геометричні перетворення та їх інваріанти;
- закріпити і розвинути знання здобувачів про методи геометрії не лише евклідового а й афінного просторів;
- підвищити рівень загальної культури доведення геометричних тверджень, практичних розрахунків та геометричних побудов.

1.3. За результатами вивчення дисципліни у здобувачів повинні бути сформовані такі компетентності.

*Загальні:*

соціокультурна компетентність – здатність до професійної самореалізації в ЗОШ та ВНЗ;

інформаційна компетентність – здатність самостійно знаходити, аналізувати, відбирати необхідну інформацію, організовувати, перетворювати, зберігати та передавати її;

комунікативна компетентність – володіння комплексними способами взаємодії з навколишнім соціальним середовищем, навичками роботи в колективі.

*Спеціальні:*

**фахові** (професійно-педагогічні) компетентності:

- здатність проводити:
  - навчальні заняття з геометрії (за різними програмами) та позакласні заняття з математики у ЗОШ;
  - лекційні та практичні заняття з «елементарної геометрії» в педагогічних ВНЗ III-IV рівнів акредитації;
  - самостійні дослідження у професійній діяльності.

**предметні** (професійно науково-предметні) компетентності:

- здатність запам'ятати або відтворити (факти) (– «знання»):  
*терміни та визначення основних понять:* з «конструктивної геометрії»; з теорії пучків і зв'язок кіл площини; з теорії геометричних перетворень (саме рухів і подібностей) площини і простору;  
*конкретні факти:*
  - загальні аксіоми конструктивної геометрії та аксіоми окремих креслярських інструментів;
  - найпростіші геометричні місця точок площини;
  - геометричний зміст степеня точки відносно кола та властивості радикальної і діаметральної осей двох кіл;
  - властивості пучків і зв'язок кіл та способи їх задання;
  - спільні та характеристичні (для кожного з видів) властивості рухів (площини, простору) та способи їх задання;
  - спільні та характеристичні (для кожного з видів) властивості подібностей (площини, простору) та способи їх задання;
  - зміст основних класифікаційних теорем про рухи і подібності площини та простору;*правила і принципи:* алгоритми розв'язування базових задач на побудову, зокрема радикальної і діаметральної осей двох неконцентричних кіл; побудови образу точки при певному русі чи подібності площини або простору;  
*методи і процедури:* координатний та векторно-координатний методи, метод ГМТ та метод геометричних перетворень.
- здатність розуміти та інтерпретувати вивчене (– «розуміння»):
  - *пояснити*  
*суть:* задач на побудову, на відшукування ГМТ; методів базисних трикутників, алгебраїчного методу та методів ГМТ і геометричних перетворень (осьової симетрії, повороту, гомотетії) до розв'язування задач на побудову; «Ерлангенської програми» Фелікса Клейна;
  - роль:* осьової симетрії та симетрії відносно площини при дослідженні рухів площини і простору; гомотетії при дослідженні подібностей площини і простору;
    - *описати*  
*правила:* побудови відрізків і кутів, заданих найпростішими формулами;
    - алгоритми:* побудов основних ГМТ площини; побудов радикальної та діаметральної осей, зокрема у випадку кіл нульового радіусу;
      - *ілюструвати та інтерпретувати* основні ГМТ площини; способи задання різних видів: пучків і зв'язок кіл, рухів та подібностей площини і простору;
        - *перетворити* композиції різних видів рухів, подібностей, рухів і подібностей (площини, простору) до відповідного перетворення-спрощення;
        - *виділити* характеристичні ознаки різних видів: пучків і зв'язок кіл, рухів та подібностей площини і простору;
          - *прогнозувати майбутні наслідки на основі отриманих знань:* усвідомлення з позицій «елементарної геометрії» відповідних фактів шкільного курсу геометрії (застосовності до відомих зі шкільного курсу геометрії тверджень та побудов).

- здатність використати вивчений матеріал (у нових ситуаціях) (– «застосування знань»):
  - *застосувати теоретичний матеріал в якості*: графічного та обчислювального методів виконання геометричних перетворень та побудов,
  - *продемонструвати*: вміння проводити стандартні дослідження геометричних властивостей і обчислення різних геометричних характеристик, а також вміння наводити приклади і контрприкладів в процесі вивчення та викладу питань дисципліни;
  - *демонструвати*: опановане знання логічно і послідовно; вільне оперування до основних понять і фактів під час проведення строгих доведень відповідних фактів шкільного курсу геометрії;
  - *використовувати* (на практиці): геометричні місця точок, властивості пучків і зв'язок кіл; властивості певних рухів і подібностей (площини, простору) для доведення геометричних тверджень та розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову;
  - *застосовувати*: методи ГМТ, геометричних перетворень, координатний, векторно-координатний та алгебраїчний методи для розв'язування геометричних задач, зокрема при доведенні геометричних тверджень шкільного курсу геометрії;
  - *застосовувати основні положення і методи дисципліни для*: розв'язування спеціалізованих задач у подальшому процесі навчання та в подальшій професійній діяльності.
- здатність розбивати інформацію на компоненти, розуміти їх взаємозв'язки та організаційну структуру (– «аналіз»):
  - *усвідомлювати різницю між фактами і наслідками*: розмежовувати афінні та метричні властивості фігур, підгрупи рухів та подібностей площини (простору); виділяти основні змістовні лінії елементарної геометрії;
  - *критикувати та аргументовано дискутувати* у випадках виявлення («навмисних» та «випадкових») технічних помилок й огріхів в логіці міркувань;
  - *оцінювати значимість даних*: інваріантний характер простого відношення, колінеарність трьох та компланарність чотирьох точок; збереження кутів; інваріантність та нерухомість точок, прямих, площин.
- здатність поєднати частини разом, щоб одержати ціле з новою системною властивістю (– «синтез»):
  - класифікувати* рухи та подібності площини і простору;
  - пояснювати* аксіоматичний метод побудови шкільного курсу геометрії, конструктивної геометрії; теоретико-груповий підхід в геометрії.
- здатність оцінювати важливість матеріалу для конкретної цілі (– «оцінювання»):
  - аргументувати вибір методу* доведення певного геометричного факту або *методу розв'язування* певної геометричної задачі, зокрема на побудову;
  - встановити та передбачити зв'язки між суміжними математичними дисциплінами* в контексті математичної моделі певної геометричної задачі.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **150 годин** / **5 кредитів** ЄКТС.

## 2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

### Змістовий модуль 1:

#### Основи конструктивної геометрії

##### *Основні поняття конструктивної геометрії*

Основні поняття.

Загальні аксіоми конструктивної геометрії та їх наслідки.

Аксіоматика окремих креслярських інструментів:

аксіоми односторонньої лінійки (без міток);

аксіоми циркуля;

аксіоми двосторонньої лінійки (без міток);

аксіоми (прямокутного) косинця.

Основні побудови.

##### *Задачі на побудову за допомогою (односторонньої лінійки та циркуля)*

Постановка задачі на побудову: зміст задач на побудову; зміст вимоги «розв'язати задачу на побудову»; розв'язок конструктивної задачі.

Позиційні та непозиційні задачі на побудову. Приклади.

Кількість розв'язків конструктивної задачі.

Базові (елементарні) задачі на побудову.

Основні етапи та загальна схема розв'язання задач на побудову: аналіз, побудова, доведення, дослідження.

##### *Методи розв'язування задач на побудову*

Зміст основних методів розв'язання задач на побудову:

метод базисних трикутників; побудова відрізків і кутів, заданих найпростішими формулами; алгебраїчний метод; метод геометричних місць точок; координатний метод; метод геометричних перетворень.

##### *Найпростіші ГМТ площини та їх застосування.*

ГМТ площини:

що знаходяться від даної точки на даній відстані;

що знаходяться на даній відстані від даної прямої;

рівновіддалених від двох даних точок (прямих);

які (внутрішнім чином) ділять паралельні відрізки з кінцями на двох даних прямих у даному відношенні;

для кожної з яких відношення відстаней до двох даних прямих є величина стала;

з яких даний відрізок видно під даним кутом.

##### *Більш складні ГМТ площини та їх застосування:*

ГМТ площини:

відрізки дотичних з яких до даного кола дорівнюють даному відрізку;

що є серединами хорд сталої довжини даного кола;

що ділять у певному відношенні хорди сталої довжини даного кола.

ГМ середин хорд даного кола, які проходять через дану (внутрішню) його точку;

ГМТ площини:

відношення відстаней яких до двох даних точок є величина стала;

сума квадратів відстаней яких до двох даних точок є величина стала;

різниця квадратів відстаней яких до двох даних точок є величина стала.

### Змістовий модуль 2:

#### Елементи геометрії кіл

##### *Степінь точки відносно кола. Радикальна вісь двох (неконцентричних) кіл.*

Означення і геометричний зміст степеня точки відносно кола.

Значення степеня точки при різних її положеннях відносно кола.

Критерії взаємного розташування точки і кола на площині.

ГМТ площини, кожна з яких має рівні степені відносно двох даних кіл.  
Властивості радикальної осі. Побудова радикальної осі двох даних кіл (три випадки).  
Кола нульового радіусу.  
Побудова радикальної осі двох кіл у випадках, коли принаймні одне з них є колом нульового радіусу.  
Застосування радикальної осі двох кіл до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

*ГМТ, пов'язані з радикальною віссю.*

ГМ центрів кіл, ортогональних двом даним колам;  
ГМ центрів кіл, діаметральних до двох даних неконцентричних кіл – діаметральна вісь. Радикальний центр трьох кіл та його властивості.  
Застосування зазначених ГМТ до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

*Основні поняття з теорії пучків та зв'язок кіл площини.*

Визначення та види пучків кіл. Нульові кола (гіперболічного) пучка.  
Способи задання кожного з видів пучків кіл.  
Ортогональні траєкторії пучка кіл. Спряжені пучки.  
Застосування (властивостей) пучків кіл до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.  
Радикальний центр. Визначення та види зв'язок кіл.  
Базисне коло зв'язки. Побудова радикального центру зв'язки кіл.  
Способи задання кожного з видів зв'язок кіл.  
Побудова кола заданої зв'язки кіл.  
Застосування (властивостей) зв'язок кіл до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

### **Змістовий модуль 3: Рухи площини і простору**

*Основні поняття про відображення та «Ерлангенська програма» Фелікса Клейна*

Відображення фігур. Взаємно однозначні відображення. Обернені відображення.  
Композиція відображень. Перетворення фігури (площини, простору). Теорема про те, що множина всіх перетворень певної множини є групою. Група перетворень.  
Визначення геометрії за Клейном. Геометричні властивості фігур, еквівалентні фігури.  
Поняття про класифікацію властивостей геометричних фігур. Приклади.

*Рухи площини і простору та їх спільні властивості.*

Основні поняття та визначення. Групові та спільні властивості.

*Осьова симетрія та фундаментальні теореми рухів площини*

Визначення та основні властивості осьової симетрії.  
Основні теореми про рухи площини:  
про існування та єдність руху площини, при якому один з двох рівних трикутників є образом іншого; тотожне перетворення.  
про подання руху площини у вигляді композиції не більше трьох осьових симетрій.  
Композиції осьових симетрій та рухи площини 1 і 2 роду.

*Класифікація рухів площини 1 роду та їх застосування до розв'язання задач*

Композиція 2-х осьових симетрій у випадку не паралельних осей. Поворот та його властивості. Центральна симетрія та її властивості.  
Композиція 2-х осьових симетрій у випадку паралельних осей. Паралельне перенесення та його властивості.

*Класифікація рухів площини 2 роду та їх застосування до розв'язання задач*

Ковзне відбиття та його властивості.  
Дослідження композицій 3-х осьових симетрій та основна класифікаційна теорема.  
Класифікація рухів площини за числом нерухомих точок (теорема Шаля)



## *Симетрія відносно площини та фундаментальні теореми рухів простору*

Симетрія відносно площини та її властивості.

Основні теореми про рухи простору:

про існування та єдність руху простору, при якому один з двох рівних тетраедрів є образом іншого; тотожне перетворення.

про подання руху простору у вигляді композиції не більше чотирьох симетрій відносно площин.

## *Класифікація рухів простору та їх застосування до розв'язування задач*

Композиції 2-х симетрій відносно площин: поворот навколо осі і паралельне перенесення та їх властивості.

Композиції 3-х симетрій відносно площин (в контексті можливих випадків взаємного розташування трьох площин у просторі):

відбиття (симетрія відносно площини),

поворотне відбиття (центральна симетрія, як частинний випадок),

ковзне відбиття.

Властивості зазначених рухів.

Рухи простору «паралельно площині». Класифікаційна теорема.

Рухи простору з нерухомими точками. Теорема Даламбера.

Гвинтовий рух та його властивості. Теорема Шаля.

Наслідки та класифікація рухів простору I і II роду.

## **Змістовий модуль 4:**

### **Подібності площини і простору**

#### *Гомотетія площини та її застосування до розв'язування задач*

Визначення, властивості та способи задання гомотетії.

Композиція гомотетій (зі спільним центром) з різними центрами.

#### *Визначення перетворень подібності площини (простору).*

Спільні властивості перетворень подібності площини і простору.

#### *Класифікація перетворень подібності площини та їх застосування до розв'язування задач*

Основна теорема перетворень подібності площини. Нерухомі точки подібностей.

Класифікація подібностей площини першого роду.

Класифікація подібностей площини другого роду.

Властивості та нерухомі точки перетворень подібності площини.

#### *Класифікація перетворень подібності простору та їх застосування до розв'язування задач*

Гомотетія простору та найпростіші її властивості.

Визначення, задання та інваріанти подібностей простору.

Основна теорема про перетворення подібності простору.

Класифікація подібностей простору.

### 3. Рекомендована література

1. Адамар Ж. Элементарная геометрия. Часть вторая. Стереометрия. – 2-е изд. – М.: УЧПЕДГИЗ, 1951. – 760с.
2. Адамар Ж. Элементарная геометрия. Часть первая. Планиметрия. – 3-е изд. – М.: УЧПЕДГИЗ, 1948. – 608 с.
3. Адлер А. Теория геометрических построений / А. Адлер; пер. Г.М. Фихтенгольца. – 3-е изд. – Л.: Учпедгиз, 1940. – 232 с.
4. Аргунов Б.И. Геометрические построения на плоскости: пособие для студентов педагогических институтов / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. – 2-е изд. – М.: Учпедгиз, 1957. – 268 с.
5. Атанасян Л.С. Геометрия. Ч. II. Учеб. Пос. для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, Г.Б. Гуревич. – М., «Просвещение». 1976. 447 с.
6. Болтянский В.Г. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1985. – 319 с.
7. Боровик В.Н. Геометричні перетворення площини. Навч. посіб. для студ. фіз.-мат. фак. вищ. пед. навч. закл. // В.Н. Боровик, І.В. Зайченко, М.М. Мурач, В.П. Яковець. – Книга для студентів ВНЗ – Університетська книга, 2003. – 706 с.
8. Зетель, С.И. Геометрия линейки и геометрия циркуля. – М.: Учпедгиз, 1957. – 164 с.
9. Моденов П.С. Геометрические преобразования // П.С. Моденов, А.С. Пархоменко. – М.: Издательство МГУ, 1961. – 232 с.
10. Перепелкин Д.И. Курс элементарной геометрии. Ч.1. Геометрия на плоскости. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. – 343 с.
11. Перепелкин Д.И. Курс элементарной геометрии. Ч.2. Геометрия в пространстве. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1949. – 348 с.
12. Петерсен Ю. Методы и теории решения геометрических задач на построение, приложенные более чем к 400 задачам / Ю. Петерсен; пер. Ф.П. Крутикова – М.: Типография Э. Лисснера и Ю. Романа, 1892. – 114 с.
13. Погорелов А.В. Элементарная геометрия. М., Наука, 1974. – 208 с.
14. Погорелов О.В. Геометрія: Навчальний посібник для 7-11 класів середньої школи. – К.: Рад. шк., 1993. – 351 с.
15. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т. 1: Планиметрия, преобразования плоскости. – М.: МЦНМО, 2004. – 312 с.
16. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т. 2: Стереометрия, преобразования пространства. – М.: МЦНМО, 2006. – 256 с.
17. Семенович О.Ф. Геометрія. Групи перетворень. – Київ.: Радянська школа, 1971. – 560с.
18. Четверухин Н.Ф. Методы геометрических построений. – М., 1938.
19. Яглом И.М. Геометрические преобразования: в 2-х т. – М.: ГИТТЛ, 1955. – Т.1: Движения и преобразования подобия. – 284 с.
20. Яглом И.М. Геометрические преобразования: в 2-х т. – М.: ГИТТЛ, 1956. – Т.2: Линейные и круговые преобразования – 612 с.

*Збірники задач та методичні посібники*

21. Александров И.И. Сборник геометрических задач на построение. – 18-е изд. – М.: Учпедгиз, 1950. – 176 с.
22. Астряб О.М. Методика розв'язування задач на побудову // О.М. Астряб, О.С. Смогоржевський та інші. – К.: «Радянська школа», 1960. – 387 с.
23. Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии. Часть 2. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед.ин-тов. / Л.С. Атанасян, М.В. Васильева, Е.Е. Вересова и др. – М., «Просвещение», 1975. – 176 с.
24. Атанасян С.Л. Задачник-практикум по геометрии : Учеб. пособие для студентов-заочников II–V курсов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Моск. гос. открытый пед. ин-т. // С.Л. Атанасян, М.М. Цаленко. – М.: Просвещение, 1994. – 192 с.
25. Балан В.Г. Геометричні задачі на побудову на вступних іспитах : [Навч. пос.] / В.Г. Балан, В.І Лавренюк, Л.І. Шарова. – К.: Альфа, 2005. – 86 с.
26. Бурда М.И. Решение задач на построение в 6-8 классах: Метод. Пособие. – К.: Рад. Шк., 1986. – 112с.
27. Гусев В.А., Тхамафокова С.Т. Преобразование пространства: пос. для учителей. М.: Просвещение, 1979. – 94 с.
28. Гусев В.А. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей. / В.А Гусев, В.Н Литвиненко, А.Г. Мордкович. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1992. – 352 с.
29. Делоне Б., Житомирский О. Задачник по геометрии. – 4-е изд. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1949. – 303 с.
30. Дорофеев С.Н. Геометрические преобразования в примерах и задачах: Учебное пособие. – Пенза: Инф.-изд. центр ПГУ, 2002. – 189 с.
31. Моторный Л.Т. Методические указания к решению задач на построение. – Славянск: СГПИ, 1989. – 44 с.
32. Орленко М.И. Решение геометрических задач на построение в курсе математики средней школы. – Минск: ГУПИ БССР, 1953. – 47 с.
33. Перепелкин, Д.И. Геометрические построения в средней школе. – Москва-Ленинград: Издательство АПН РСФСР, 1947. – 84 с.
34. Покровский, В.Г. Геометрические построения на плоскости: учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2002.– 98 с.
35. Понарин Я.П. Перемещения и подобия плоскости: пособие для самообразования учителей / Я.П. Понарин, З.А. Скопец. – Киев: Радянська школа, 1981. – 103 с.
36. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: Учебное пособие. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО: ОАО. Московские учебники, 2006. – 640 с.
37. Прасолов В.В. Задачи по стереометрии: Учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2010. – 352 с.
38. Саранцев Г.И. Сборник задач на геометрические построения. – М.: Просвещение, 1981. – 112 с.
39. Фетисов А.И. Геометрия в задачах. – М.: Просвещение, 1977. – 192 с.
40. Хахамов Л.Р. Преобразования плоскости : пособие для учителей. – М. : Просвещение, 1979. – 95 с.

## Додаткова література

41. Атанасян Л.С., Денисова Н.С., Силаев Е.В. Курс элементарной геометрии: в 2 частях. М., 1997. Ч.1 – 303 с. Ч.2 – 287 с.
42. Бевз Г.П. Геометрія кіл: [методичні рекомендації] / Г.П. Бевз – Х.: Вид. група «Основа», 2004. – 112 с.
43. Боравльов А.П., Ленчук І.Г. Аналіз у розв'язуванні задач на побудову: Посібник для студентів математичних спеціальностей. – К.: Вища школа, 2002. – 192 с.
44. Воронец А.М. Геометрия циркуля / Популярная библиотека по математике; под общ. ред. Л.А. Люстерника – М.-Л.: ОНТИ, 1934.– 40 с.
45. Гордин Р.К. Это должен знать каждый школьник. – 2-е изд. – М.: МЦНМО, 2003. – 56 с.
46. Заславский А.А. Геометрические преобразования. – М.: МЦНМО, 2004. – 86 с.
47. Кадубовський О.А. Про деякі застосування кіл нульового радіусу / О.А. Кадубовський, А.С. Бунакова // Збірник наукових праць фізико-математичного факультету СДПУ. – 2011. – Випуск 1. – С. 150–161.
48. Коксетер Г. Новые встречи с геометрией / Г. Коксетер, С. Грейтцер – М.: Наука, 1978. – 224 с.
49. Костовский А.Н. Геометрические построения одним циркулем. – М.: Физматгиз, 1959. – 109 с.
50. Кушнир И.А. Геометрия. Теоремы и задачи : Том 1. Планиметрия. – К.: Астарт, 1996. – 480 с.
51. Кушнір І.А. Побудова трикутника. Енциклопедія розв'язування задач Навчальний посібник. – К.: Либідь, 1994. – 80с.
52. Певзнер С.Л. Движение. Подобие: учеб. пос. для студентов ФМФ. Коломенск-на-Амуре, 2001. – 136 с.
53. Постников М.М. Аналитическая геометрия : учебное пособие для. – М. : Наука, 1979. – 336 с. – (Лекции по геометрии. Семестр 1).
54. Прасолов В.В. Три классические задачи на построение. – М.: Наука, 1992. – 80 с.
55. Смогоржевский А.С. Линейка в геометрических построениях. – М.: Наука, 1984. – 64 с.
56. Шоластер Н.Н. Элементарная геометрия. Краткий курс для студентов заочников педагогических институтов. – М.: Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, под редакцией Иваницкой В.П., 1959. – 272 с.
57. Энциклопедия элементарной математики книга четвертая (геометрия). под редакцией П.С. Александрова, А.И. Маркушевича и А.Я. Хинчина. М.: Физматгиз, 1963. – 568с.

## 4. Форма підсумкового контролю результатів навчання

*письмовий екзамен з обов'язковою «співбесідою-захистом»*

---

## 5. Засоби діагностики результатів навчання

*комплекти завдань для контрольних робіт, індивідуальних завдань*

---