

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Донбаський державний педагогічний університет»

Кафедра геометрії та методики викладання математики
(повна назва кафедри)

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Проективна геометрія

(назва навчальної дисципліни)

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
бакалавра**

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності 014 Середня освіта (математика)

(шифр і назва спеціальності)

спеціалізації

інформатика

(назва спеціалізації)

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО КАФЕДРОЮ:

геометрії та методики викладання математики

(повна назва кафедри)

УКЛАДАЧІ ПРОГРАМИ: КАДУБОВСЬКИЙ О.А. – кан. фіз.-мат. н., доцент,
доцент кафедри геометрії та методики викладання
математики
фізико-математичного факультету ДДПУ

РЕЦЕНЗЕНТИ: Турка Т.В. – кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
завідувач кафедри алгебри
фізико-математичного факультету ДДПУ

СІЛІН Є.С. – кандидат фіз.-мат. наук,
начальник відділу кадрів ДДПУ,
доцент кафедри математики
фізико-математичного факультету ДДПУ

Рекомендовано до впровадження
науково-методичною радою
Державного вищого навчального закладу
«Донбаський державний педагогічний університет»

« 17 » лютого 20 16 р.

протокол № 12

Перший проректор _____ Набока О.Г.

ВСТУП

Навчальна програма (*нормативної*) дисципліни «Проективна геометрія» складена відповідно до освітньої програми та навчального плану підготовки здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра за спеціальністю 014 Середня освіта (математика).

Предметом вивчення навчальної дисципліни є властивості геометричних фігур, що є інваріантними відносно проективних перетворень.

Міждисциплінарні зв'язки:

для опанування матеріалів даної дисципліни необхідне вивчення дисциплін (розділів): «Аналітична геометрія» (векторна алгебра), «Лінійна алгебра» (теорія матриць і визначників), «Конструктивна геометрія» (задачі на побудову). В свою чергу, дана дисципліна повинна забезпечити ґрунтовну основу для вивчення курсів «Основи геометрії», «Методи зображень», а також методики і дидактики навчання загального курсу геометрії (часткові методики).

Програма навчальної дисципліни містить такі змістові модулі:

1. Проективна геометрія на прямій.
2. Поняття проективної площини.
3. Найпростіші факти геометрії проективної площини.
4. Проективні перетворення.
5. Квадрики на проективній площині.

1. Мета і завдання навчальної дисципліни

- 1.1. **Метою** вивчення навчальної дисципліни «Проективна геометрія» є:
- підвищення професійного рівня в сенсі освітньої підготовки майбутніх фахівців з математики та викладачів математики тощо;
 - забезпечення здобувачів відповідним понятійним та математичним апаратом, необхідним для значно глибшого і чіткішого розуміння багатьох геометричних співвідношень і побудов;
 - формування знань, вмінь і навичок, необхідних для розв'язування геометричних задач методами проективної геометрії;
 - розвинення просторового мислення у взаємозв'язку з аналітичними методами, із груповою і структурною точками зору на геометрію;
 - забезпечення набуття здобувачами знань на основі (сучасного) розуміння геометрії, як теорії інваріантів (певної) групи перетворень та навичок застосування одержаних знань для розв'язування теоретичних та практичних задач (з можливою подальшою їх реалізацією засобами обчислювальної геометрії та сучасних комп'ютерних технологій);
 - формування професійно-компетентного викладача математики, спроможного працювати у ЗОШ (за різними програмами) та галузеворізних ВНЗ.

- 1.2. Основними *завданнями* вивчення дисципліни «Проективна геометрія» є:
- закріпити й розвинути знання, вміння та навички, одержані здобувачами при засвоєнні дисциплін, на які спирається дана дисципліна;
 - розкрити місце і значення знань з проективної геометрії в загальній і професійній освіті людини;
 - висвітлити (шляхом «з'ясування») взаємозв'язки курсу проективної геометрії з іншими навчальними дисциплінами;
 - показати практичну значущість методів проективної геометрії, їх застосовність до розв'язання найрізноманітніших геометричних задач;
 - забезпечити ґрунтовне вивчення (засвоєння) здобувачами тих понять, ідей і методів проективної геометрії, які можуть бути використані ними під час викладання шкільної геометрії та проведення позакласних занять з математики;
 - закріпити і розвинути знання здобувачів про методи геометрії не лише евклідового, а й афінно-проективних просторів;
 - розширити та поглибити знання здобувачів про геометричні перетворення та їх інваріанти;
 - підвищити рівень загальної культури теоретичних і практичних розрахунків та геометричних побудов і креслень.

1.3. За результатами вивчення дисципліни у здобувачів повинні бути сформовані такі **компетентності**:

загальні:

соціокультурна компетентність – здатність до професійної самореалізації в ЗОШ та ВНЗ;

інформаційна компетентність – здатність самостійно знаходити, аналізувати, відбирати необхідну інформацію, організовувати, перетворювати, зберігати та передавати її;

комунікативна компетентність – володіння комплексними способами взаємодії з навколишнім соціальним середовищем, навичками роботи в колективі;

спеціальні:

фахові (професійно-педагогічні) компетентності:

- здатність проводити:
 - навчальні заняття з геометрії (за різними програмами) та позакласні заняття з математики у ЗОШ;
 - лекційні та практичні заняття з «проективної геометрії» у ВНЗ III-IV рівнів акредитації;
 - самостійні дослідження у професійній діяльності.

предметні (професійно науково-предметні) компетентності:

- здатність запам'ятати або відтворити (факти) (– «знання»):
терміни та визначення основних понять проєктивної геометрії;
конкретні факти:
 - походження та розвиток проєктивної геометрії,
 - властивості центрального проєктування;
 - операції проєктування та перерізу;
 - визначення і моделі проєктивної прямої та проєктивної площини;
 - визначення та властивості складного відношення колінеарної четвірки точок;
 - зміст теорем Дезарга, Паппа, Штаудта, Паскаля і Бріаншона; властивості повного чотирикутника, властивості полюсів і поляр;
правила і принципи: (великий та малий) принцип двоїстості;
методи і процедури: координатний метод та методи афінно-проєктивної геометрії.
- здатність розуміти та інтерпретувати вивчене (– «розуміння»):
 - *пояснити факти, правила, принципи*: основні ідеї та методи проєктивної геометрії;
 - *перетворити словесний (геометричний) матеріал* у: математичні вирази, зокрема у координатному та матричному вигляді і навпаки.
 - *ілюструвати та інтерпретувати*: способи задання проєктивної системи координат на проєктивній прямій та проєктивній площині відповідно, конфігурацію Дезарга з невласними елементами; теорему Паппа, Паскаля і Бріаншона та їх частинні (граничні) випадки;
 - *перетворити*: однорідні афінні координати у відповідні неоднорідні і навпаки;
 - *виділити*: характеристичні ознаки перспективних та проєктивних перетворень (прямої, площини);
 - *прогнозувати майбутні наслідки на основі отриманих знань*: усвідомлення з проєктивної точки зору деяких фактів шкільного курсу геометрії, проєктивний зміст відомих зі шкільного курсу геометрії теорем та побудов.
 - здатність використати вивчений матеріал (у нових ситуаціях) (– «застосування знань»):
 - *застосувати теоретичний матеріал в якості*:
геометричного апарату моделювання проєктивного простору,
графічного та обчислювального методів виконання перетворень,
способу моделювання кривих другого порядку при побудові обводів;
 - *продемонструвати*: вміння проводити стандартні дослідження геометричних властивостей і обчислювати різні геометричні характеристики, а також вміння наводити приклади і контрприкладів в процесі вивчення та викладу питань дисципліни;
 - *використовувати* (на практиці): гармонійні властивості чотиристоронника, великий та малий принцип двоїстості, теореми Дезарга, Паскаля і Бріаншона (з їх частинними випадками) для розв'язування «відповідних» задач на афінній та евклідовій площині, зокрема до розв'язування (відповідних) задач на побудову;

– *застосовувати*:

координатний метод для розв'язування задач аналітичної і проєктивної геометрії;

методи геометричних побудов та перетворень при розв'язанні відповідних типів задач, зокрема при доведенні геометричних тверджень шкільного курсу геометрії;

– *застосовувати основні положення і методи дисципліни для*:

здійснення геометричних побудов, використовуючи методи зображень, розв'язування спеціалізованих задач у процесі навчання та в професійній діяльності.

• здатність розбивати інформацію на компоненти, розуміти їх взаємозв'язки та організаційну структуру (– «аналіз»):

– *усвідомлювати різницю між фактами і наслідками*: розмежовувати проєктивні, афінні і метричні властивості фігур та великий і малий принцип и двоїстості;

– *критикувати та аргументовано дискутувати* у випадках виявлення («навмисних» та «випадкових») технічних помилок й огріхів в логіці міркувань;

– *оцінювати значимість даних*: вивести інваріантний характер складного відношення; виділити аксіоматику, основні змістовні лінії проєктивної геометрії та їх зв'язок.

• здатність поєднати частини разом, щоб одержати ціле з новою системною властивістю (– «синтез»):

класифікувати проєктивні перетворення (проєктивної) прямої та (проєктивної) площини;

пояснювати теоретико-груповий підхід в геометрії та місце проєктивної геометрії серед інших геометричних систем, як їх спільного проєктивного ядра.

• здатність оцінювати важливість матеріалу для конкретної цілі (– «оцінювання»):

аргументувати вибір методу доведення певного геометричного факту або *методу розв'язування* певної геометричної задачі;

встановити та передбачити зв'язки між суміжними математичними дисциплінами в контексті математичної моделі певної геометричної задачі.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **90 годин** / **3 кредити** **ЄКТС**.

2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1:

Проективна геометрія на прямій

Розширена евклідова пряма. Проективна пряма.

Перспективне відображення прямої у пучок.

Розширена евклідова пряма. Визначення проективної прямої.

Порядок точок на проективній прямій.

Проективна система координат на прямій.

Визначення проективної системи координат.

Гомотетичні системи координат у пучку.

Задання проективних координат за допомогою прямих пучка.

Перетворення проективних координат.

Проективні координати на розширеній евклідовій прямій.

Однорідні афінні координати.

Подвійне відношення чотирьох точок. Гармонізм.

Визначення подвійного (складного) відношення (чотирьох колінеарних точок). Частинні та граничні випадки.

Існування та єдність точки, що знаходиться з даними трьома у фіксованому відношенні. Подання проективних координат через подвійні відношення.

Подвійне відношення та порядок точок на прямій.

Зміна значення подвійного відношення при зміні порядку точок.

Гармонічні четвірки точок.

Подвійне відношення точок і гармонічні четвірки точок на розширеній евклідовій прямій.

Подання подвійного відношення (чотирьох точок) через прості відношення (трьох точок).

Гармонічні четвірки точок на розширеній евклідовій прямій.

Змістовий модуль 2:

Поняття проективної площини

Розширена евклідова площина. Проективна площина.

Перспективне відображення площини у зв'язку.

Розширена евклідова площина.

Властивості невластних елементів.

Основні теореми про інцидентність на розширеній евклідовій площині.

Визначення проективної площини.

Проективна система координат (на проективній площині).

Визначення та задання проективних координат. Перетворення координат.

Умова колінеарності трьох точок та рівняння прямої. Координати прямої.

Умова приналежності трьох прямих одному пучку.

Однорідні афінні координати на розширеній евклідовій площині.

Визначення однорідних афінних координат.

Зв'язок однорідних афінних координат з неоднорідними.

Прямі та криві другого порядку в однорідних афінних координатах.

Змістовий модуль 3:

Найпростіші факти геометрії проєктивної площини

Принцип двоїстості. Теорема Дезарга.

Суть принципу двоїстості.

Пряма теорема Дезарга. Обернена теорема Дезарга.

Теорема Дезарга на розширеній евклідовій площині.

Подвійне відношення точок і прямих на площині.

Визначення подвійного відношення чотирьох колінеарних точок площини та його еквівалентність із попереднім визначенням.

Подання проєктивних координат точок площини через подвійні відношення.

Подвійне відношення прямих пучка та розширений принцип двоїстості.

Основна властивість подвійних відношень. Наслідки.

Побудова гармонічних четвірок точок на розширеній евклідовій площині.

Повний чотиривершинник та повний чотиристоронник.

Визначення повного 4-вершинника та 4-сторонника.

Гармонічні властивості повного 4-вершинника.

Побудова четвертої гармонічної (точки).

Гармонічні властивості деяких 4-вершинників на розширеній евклідовій площині.

Змістовий модуль 4:

Проєктивні перетворення

Проєктивне відображення прямої на пряму.

Перспективне відображення прямої на пряму.

Проєктивне відображення прямої на пряму та його задання.

Умова перспективності проєктивного відображення. Теорема Паппа.

Проєктивні перетворення прямої. Інволюції.

Проєктивні перетворення прямої.

Рівняння проєктивного перетворення прямої.

Композиція проєктивних перетворень.

Визначення і ознака інволюції та її задання і рівняння.

Нерухомі точки та види інволюцій.

Колінеації.

Про проєктивні перетворення площини.

Визначення колінеацій та їх задання. Рівняння колінеації.

Перспектива.

Гомології.

Визначення та види гомологій. Задання гомологій.

Інволюційні гомології. Гомології на розширеній евклідовій площині.

Змістовий модуль 5:

Квадрики на проєктивній площині

Визначення квадрики та зведення її рівняння до канонічного виду.

Визначення та приведення рівняння квадрики до канонічного виду.

Проєктивна класифікація квадрик.

Задання квадрики п'ятьма точками.

Взаємне розташування прямої і квадрики. Поляри і полюси.

Перетин прямої і квадрики. Дотичні до квадрики.

Визначення поляр і полюсів. Їх основні властивості. Полярна кореляція.

Автополярний тривершинник та його зв'язок із задачею про зведення рівняння квадрики до канонічного виду.

Полярні властивості повного чотиривершинника, вписаного у квадрик.

Теорема Паскаля і Бріаншона.

Теорема Паскаля та її граничні випадки.

Теорема Бріаншона та її граничні випадки.

Квадрики на розширеній евклідовій площині.

Афінна класифікація квадратик. Центр квадрики. Діаметри квадрики.

Асимптоти квадрики.

3. Рекомендована література

1. Атанасян В.А. Задачник-практикум по проективной геометрии / В.А. Атанасян, Н.Г. Федин; Гл. упр. высш. и сред. пед. учеб. заведений М-ва просвещения РСФСР. Моск. гос. заоч. пед. ин-т. – М. : Учпедгиз, 1960. – 66 с.
2. Атанасян Л.С., Васильева М.В., Вересова Е.Е. и др. Сборник задач по геометрии. Часть 2. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М., «Просвещение», 1975. – 176 с.
3. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. В 2 ч., Ч.2. – М.: Просвещение, 1987. – 352 с.
4. Боровик В.Н., Яковець В.П. Курс вищої геометрії: Навчальний посібник. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 464 с.
5. Глаголев Н.А. Проективная геометрия. – М.: Высшая школа, 1963. – 344 с.
6. Гуревич Г.Б. Проективная геометрия. – М.: Физматгиз. 1960. – 320 с
7. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – 7-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 584 с.
8. Житомирский О.К. Проективная геометрия в задачах. – М.: ГИТТЛ. 1954.
9. Заїка О.В. Проективна геометрія. – Глухів : РВВ ГНПУ ім. О.Довженка, 2010. – 158 с.
10. Коба В.І. Проективна геометрія / Тренувальні вправи та контрольні роботи для студентів-заочників фізико-математичних факультеті педагогічних інститутів. – Київ: Радянська школа, 1965. – 60 с.
11. Кованцов М.І. Проективна геометрія. –К.: Вища школа, 1969. – 411 с.
12. Комиссарук А.М. Проективная геометрия в задачах: Учеб. пособие для математических факультетов педагогических институтов – Минск: Высшая школа, 1971, 320с.
13. Павлов В.О. Збірник задач з проективної геометрії. – К.: Вища школа, 1971. – 351 с.
14. Певзнер С.Л., Цаленко М.М. Задачник-практикум по проективной геометрии. – М., Просвещение, 1982. – 80 с.
15. Погорелов А.В. Геометрия. Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Математика» – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 288 с.

16. Семенович А.Ф. Учебное пособие по проективной геометрии : Для студентов-заочников пед. ин-тов / А. Ф. Семенович ; Под ред. В. А. Атанасян; Глав. упр. высш. и сред. пед. учеб. заведений М-ва просвещения РСФСР, Моск. гос. заоч. пед. ин-т . – Москва : Учпедгиз, 1961 . – 200 с.
17. Сергунова О.П., Котлова В.М. Практикум з проективної геометрії. – К.: Вища школа, 1977. – 192 с.
18. Циганок Л.В. Проективна геометрія: Навчальний посібник. – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2010. – 146 с.
19. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. Учебник для педагогических институтов. – М.: Учпедгиз, 1961. – 350 с.
20. Яглом И.М. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. Ч. 2 // И.М. Яглом., В.Г. Ашкинзузе. – М.: УЧПЕДГИЗ, 1962.
21. Яглом И.М. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. Ч. 1: Аффинная геометрия // И.М. Яглом., В.Г. Ашкинзузе. – М.: Учпедгиз, 1962. – 247 с.
22. Яковець В.П., Боровик В.Н Курс проективної геометрії: Навчальний посібник. – Ніжин: НДПУ, 2002. – 255 с.

Додаткова література

23. Аргунов Б. Конфигурационные теоремы / Б. Аргунов, Л. Скорняков. – М.: ГИТТЛ, 1957 – 44 с.
24. Буземан Г., Келли П. Проективная геометрия и проективные метрики. ИЛ. 1957.
25. Вахмянина О.А. Пособие по проективной геометрии: Учеб. материал для студентов физико-математических специальностей педвузов / О.А. Вахмянина. – Оренбург : ОГПИ, 1997. – 41 с.
26. Вольберг А.О. Основные идеи проективной геометрии / А.О. Вольберг, М.–Л.: Учпедгиз, 1949.
27. Игнациус Г.И. Проективная геометрия / Г. И. Игнациус. – М.: Знание, 1966. – 48 с.
28. Кокстер Г.С.М. Действительная проективная плоскость / Г.С.М. Кокстер. – М.: Физматгиз, 1959 – 280 с.
29. Понарин Я.П. Аналитическая геометрия проективной плоскости. – Киров, 1987. – 137 с.
30. Потоцкий М.В. Что изучает проективная геометрия: пособие для учащихся 8-10 классов / М. В. Потоцкий – М.: Просвещение, 1982. – 79 с.
31. Прасолов В.В., Тихомиров В.М. Геометрия. – М.: МЦНМО, 2007. – 2-е изд., перераб. и доп. – 328 с.
32. Хартсхорн Р. Основы проективной геометрии. – М., Мир, 1970. – 161 с.

4. Форма підсумкового контролю результатів навчання

залік з обов'язковою «співбесідою-захистом»

5. Засоби діагностики результатів навчання

комплекти завдань для контрольних робіт, індивідуальні завдання
